Prof. Dr. Alfred Toth

Morphismenkompositionen in Diamonds

1. Gehen wir aus von der Menge der Peircezahlen (vgl. Toth 2010), von Bense (1980) in Anlehnung an die Primzahlen auch als Primzeichen bezeichnet. Wir betrachten sie im kategorientheoretischen Sinne als Objekte und zeichnen die Morphismen ein:

$P = 1 \rightarrow_{\alpha} 2 \rightarrow_{\beta} 3$

Je nachdem, ob man die P zugrunde liegende Matrix dekomponiert (vgl. Kaehr 2009, S. 137) oder einfach die übliche Morphismenkomposition befolgt, gibt es zwei Möglichkeiten, die Komposition von P darzustellen:

1. $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \circ 2 \rightarrow_{\beta} 3$

2. $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \circ 1 \rightarrow_{\beta\alpha} 3$

2. Differenzierungen dieser zwei Haupttypen gibt es dann, wenn man Objekte durch Morphismen ersetzt (vgl. Toth 2025a).

3.a $\rightarrow_{\alpha} \circ 2 \rightarrow_{\beta} 3$

3.b $\rightarrow_{\alpha} \circ 1 \rightarrow_{\beta\alpha} 3$

4.a $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \circ \rightarrow_{\beta}$

4.b $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \circ \rightarrow_{\beta\alpha}$

5.a $\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta}$

5.b $\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta\alpha}$

2. Wir behandeln nun die Saltatorien (vgl. Kaehr 2007, S. 60) der Kompositionstypen 1. bis 5.b und geben für solche der 1. Stufe (2.1.) und von der 2. Stufe an (2.2.) die abstrakten Typen an.

2.1. $(x \circ y) \Rightarrow (b^{\sim} \leftarrow a)$

$$\boxed{2^{\sim} \leftarrow 2}$$

$$|\qquad|$$

1. $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \circ 2 \rightarrow_{\beta} 3$

$$\boxed{2^{\sim} \leftarrow 1}$$

$$|\qquad|$$

2. $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \circ 1 \rightarrow_{\beta\alpha} 3$

$$\boxed{\alpha\circ^{\sim} \quad \leftarrow 2}$$

$$| \qquad\quad |$$

3.a $\quad \to_{\alpha} \quad \circ \quad 2 \to_{\beta} \quad 3$

$$\boxed{\alpha\circ^{\sim} \quad \leftarrow 1}$$

$$| \qquad\quad |$$

3.b $\quad \to_{\alpha} \quad \circ \quad 1 \to_{\beta\alpha} \quad 3$

$$\boxed{1^{\sim} \quad \leftarrow 2}$$

$$| \qquad\quad |$$

4.a $\quad 1 \to_{\alpha} \quad 2 \circ \to_{\beta}$

$$\boxed{1^{\sim} \quad \leftarrow 2}$$

$$| \qquad\quad |$$

4.b $\quad 1 \to_{\alpha} \quad 2 \circ \to_{\beta\alpha}$

$$\boxed{\alpha^{\sim} \quad \leftarrow \beta\circ}$$

$$| \qquad\quad |$$

5.a $\quad \to_{\alpha} \quad \circ \quad \to_{\beta}$

$$\boxed{\alpha^{\sim} \quad \leftarrow \alpha\circ\beta\circ}$$

$$| \qquad\quad |$$

5.b $\quad \to_{\alpha} \quad \circ \quad \to_{\beta\alpha}$

2.2. $((x \to y) \circ (y \to z)) \Rightarrow ((x \to y)^{\sim} \leftarrow (y \to z))$, vgl. Toth (2025b)

$$\boxed{\alpha^{\circ} \quad \leftarrow \quad \beta^{\circ}}$$

$$| \qquad\qquad |$$

$$\alpha^{\circ} \qquad\qquad \beta^{\circ}$$

$$\downarrow \qquad | \qquad \downarrow \qquad |$$

1. $\quad 1 \to_{\alpha} \quad 2 \circ 2 \to_{\beta} \quad 3$

$$\boxed{\alpha^\circ \quad \leftarrow \quad \alpha^\circ\beta^\circ}$$

$$\begin{array}{ccc} | & & | \\ \alpha^\circ & & \alpha^\circ\beta^\circ \end{array}$$

1. $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \circ 1 \rightarrow_{\beta\alpha} 3$

Literatur

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

Toth, Alfred, Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Diamonds über Pfeilen statt Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Heteromorphe Hierarchien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

6.4.2025